

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «БУРЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и информатики

ЦИКЛ ОЛИМПИАД  
«САГААЛГАН-МАТЕМАТИКА»

СБОРНИК ЗАДАЧ

Улан-Удэ  
2017



Дорогие друзья!

«Сагаалган-математика» – это цикл олимпиад по математике для учащихся школ города Улан-Удэ и районов республики Бурятия с 4 по 11 классы с общим числом участников в 2017-м году **около тысячи школьников**. Традиция проведения цикла олимпиад была заложена в 2016-м году на базе Института математики и информатики Бурятского государственного университета, в котором приняло участие **более 700 школьников**. Олимпиады проводятся в дни празднования Белого месяца. Цикл планируется проводить и далее, расширяя географию участников и призовой фонд.

В рамках цикла организаторы (Институт математики и информатики БГУ, Малый ИМИ) и спонсоры (Буддийский университет, издательский дом «Буряад Үнэн», этно-галерея «Орда», этно-маркет «Zam», сеть цифровых супермаркетов «Снежный Барс», Восточный институт БГУ, Институт филологии и массовых коммуникаций БГУ, Институт экономики и управления БГУ, Исторический факультет БГУ) попытались совместить цели развития олимпиадного движения по математике и привлечения внимания школьников к культуре и традициям бурятского народа. Условия олимпиадных задач составляются таким образом, чтобы они содержали соответствующие отсылки.

*Председатель жюри, директор ИМИ БГУ*

Антонова Лариса Васильевна

*Составители задач: коллектив преподавателей  
Института математики и информатики*

*Составители комплектов: Ф. В. Хандаров, И. С. Гусева*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

«Сагаалган-математика» (2016) .....	5
4-5 классы.....	5
6 класс.....	7
7 класс.....	8
8 класс.....	10
9 класс.....	12
10 класс.....	14
11 класс.....	17
«Сагаалган-математика» (2017) .....	20
6 класс.....	20
7 класс.....	22
8 класс.....	24
9 класс.....	26
10 класс.....	27
11 класс.....	29

## «Сагаалган-математика»

22-28 февраля 2016 г.

4-11 классы

### 4-5 КЛАССЫ

1. Пятиклассник Миша живет в 30 км от места проведения олимпиады «Сагаалган-математика». Рассчитав время поездки на автобусе, он проехал на нем первую треть пути с запланированной скоростью, но затем автобус сломался, и дальше ему пришлось идти пешком. По дороге ему подвернулась попутная машина, на которой он преодолел оставшиеся 18 км. Успел ли Миша приехать на олимпиаду вовремя, если скорость его ходьбы была в 10 раз меньше скорости автобуса, а скорость машины – в два раза больше автобуса?

2. Боовы — это десертные пресно-сладкие лепешки, которые буддисты делают в форме уха. Считается, что так они прославляют Будду, ведь ухо является символом слушающего его проповеди.

На Сагаалган мама Алтаны испекла 16 боов. Алтана разложила их на столе так, как показано на рисунке 1. Затем шесть боов съели, при этом в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном ряду осталось четное количество боов. Нарисуйте, как лежат оставшиеся боовы.

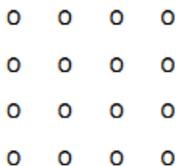


Рисунок 1. Расположение боов

3. Во время Сагаалгана принято приветствовать друга друга следующим образом: младший старшему протягивает обе руки ладонями вверх, старший кладет в них сверху свои руки ладонями вниз, младший поддерживает старшего под локти. В этом жесте — и уважение, и обещание, в случае необходимости, помощи и поддержки.

Баир, его папа и мама (папа старше мамы), три старших брата разного возраста и две сестры (которые старше братьев и тоже разного возраста) в первый день Сагаалгана приветствовали друг друга описанным образом. Сколько всего раз поддерживали под локти в этой семье?

4. На Сагаалган Аюна с мамой встретили гостей – к ним пришли подружки Аюны со своими мамами. За праздничным столом каждой гостье положили по несколько больших сочных бууз из рубленого фарша: каждой маме на одну буузу больше, чем дочери. При этом каждой девочке досталось одинаковое число бууз. Сколько подруг пришло в гости к Аюне, если Аюна с мамой и гостями съели все 25 бууз?

5. В дни Сагаалгана многие жители Бурятии будут ходить в гости, подносить пожилым людям хадаки. Хадаки бывают 5 цветов. Белый хадак — символ изначальной чистоты, чистых помыслов. Синий хадак — символ гармонии, согласия и спокойствия. Зелёный хадак — символ цветущей земли, плодородия. Красный хадак — символ сохранности и безопасности, Жёлтый хадак — символ умножения и достатка. Алтана, Юмжана, Нарана, Янжина стоят в кругу и держат в руках хадаки. Девочка с символом плодородия по очереди смотрит на Алтану и Юмжану, стоя между Янжиной и девочкой с символом спокойствия. Девочка с символом чистоты стоит между девочкой с символом безопасности и Юмжаной. Хадаки какого цвета в руках у девочек?

6. Буддийские четки (такие специальные бусы) помогают ламам во время обрядов читать мантры, символизируют собой здоровую, долгую жизнь и спокойствие и отпугивают злых духов. Самые популярные четки — те, в которых 108 зерен. Можно также использовать четки из зерен, состоящих из  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $2/3$  от числа 108. У Бато-ламы из Иволгинского дацана есть четки

всех видов. Напишите, сколько всего зерен потребовалось Батоламе для их изготовления.

7. Из книги выпал кусок, первая страница которого имеет номер 143, а номер последней состоит из тех же цифр, но записанных в другом порядке. Сколько всего листов в куске, выпавшем из книги?

## 6 КЛАСС

1. Дедушка на Сагаалган подарил всем внукам конфеты и пряники, всем досталось поровну гостинцев (например, если один получил три конфеты и два пряника, то другой может получить один пряник и четыре конфеты, т.е. всего — пять гостинцев). Внуку Ване досталась третья часть всех конфет и пятая часть всех пряников. Сколько всего внуков у бабушки?

2. Хан Аржа Боржи был очень суеверным. Он считал, что в его страже должно состоять такое число человек, чтобы при сложении цифр этого числа получалось 29. Каким может быть наименьшее число стражников?

3. Белый Старец (Сагаан Убгэн), собирая подарки на Сагаалган, обнаружил, что если в каждый подарок класть по 15 конфет вместо 13, то имеющихся у него конфет хватит такое же количество подарков. Какое наибольшее количество конфет могло быть у Белого Старца?

4. Баир Викторович и Катя играют в игру. У них есть карточки с буквами, из которых можно полностью выложить надпись: «САГААН НАРААР САГААЛГАНААР». За один ход в их игре можно забрать себе произвольное количество одинаковых букв, а выигрывает тот, кто забирает последнюю букву. Первым ходил Баир Викторович и забрал одну карточку с буквой «А». Как надо играть Кате, чтобы обеспечить себе выигрыш?

5. В Улан-Удэ на Сагаалган проходит конкурс «Красавица Дангина». За один раз на сцену выходит пять девушек, и старейшины дают им места с первого по пятое (критерий — длина косы). Каким образом надо организовать выходы красавиц, чтобы после семи выходов определить первую, вторую и третью

абсолютных победительницы конкурса, если косы у всех девушек разной длины?

6. Туяна шьет на Сагаалган для своей подруги Сэсэг квадратное лоскутное одеяло из ста одинаковых квадратных красных и черных лоскутков. Какое наибольшее число черных лоскутков может быть у Туяны, если в каждой диагонали, а также в каждой вертикали и горизонтали квадрата одеяла – четное число черных лоскутков?

7. Сэсэг, в качестве ответного подарка, шьет для Туяны также лоскутное одеяло, но уже прямоугольное и из девяти прямоугольных лоскутков. Площади некоторых из лоскутков указаны на рисунке. Найдите сумму площадей оставшихся лоскутков так, чтобы одеяло получилось прямоугольной формы.

	12	
24	72	
8		12

## 7 КЛАСС

1. Небесная дева Ухин предопределяет судьбы тех, кому предстоит жить на земле. Есть у нее четыре горшочка, в которых лежат бусины. Из каждой бусины, лежащей в первом горшочке, рождается рыбка, во втором – насекомое, в третьем – животное или птица, а в четвертом – человек (бусины при этом остаются). Раз в 1000 лет какие-то бусины исчезают, но Ухин может каждый год прибавлять по одной новой бусине к любым и обязательно двум горшочкам. После очередного исчезновения бусин из горшочков родились богомол, ворона, заяц, четыре человека и ни одной рыбки. Может ли Ухин, добиться того, чтобы горшочки начали выдавать ежегодно по одинаковому количеству существ?

2. Ламам дацана, что на Лысой горе, нужны хадаки к празднованию Сагаалгана. У них есть большое полотнище, которое они делят на пять частей. Затем некоторые или все из этих частей они делят еще на пять частей и т.д. Хватит ли полученных хадаков всем 2016 прихожанам?

3. Доржи Банзаров – это первый бурятский ученый, получивший высшее образование на западе. Памятник ему установлен перед Институтом математики и информатики Бурятского государственного университета. Однажды во время исследований древних монгольских рукописей Доржи Банзарову попала старинная книга по счетоведению. Была в ней задача, которая сводилась к вычислению суммы:

$$\frac{1}{20 * 21} + \frac{1}{21 * 22} + \dots + \frac{1}{28 * 29} + \frac{1}{29 * 30}$$

Какое число получится в итоге, если вычислить эту сумму?

4. В турнире по бурятским шахматам (шатар) участвовали два десятка человек. За победу присуждался 1 балл, за ничью – пол-балла, за поражение – 0 баллов. Только один участник набрал баллов в половину меньше, чем максимально возможное количество баллов при таком числе игроков, он же и занял 19 место. Один из участников набрал баллов больше других. Какие баллы могли набрать остальные, если все участники турнира сыграли друг с другом по одному разу?

5. Одним королевством правили друг за другом 6 королей, которых звали Тензин Тензинович, Тензин Саянович, Тензин Гэсэрович, Саян Тензинович, Саян Гэсэрович, Гэсэр Товиевич. Здесь их имена приведены не в порядке правления. Установите правильный порядок правления, если последнего короля звали Саян, один раз брат правил после брата, а в остальных случаях после отца правил сын.

6. Из отдаленного от центра города квартала в БГУ на олимпиаду «Сагаалган-математика» вышли два ученика. Первый шел по асфальтовой дороге со скоростью 6 км/ч, а второй – по проселочной дороге со скоростью 4 км/ч. Первый ученик прошел на 9 км больше и пришел на олимпиаду на час раньше. Какое расстояние прошел второй ученик?

7. Кузнец-ювелир и его ученик отливают вместе украшение для шамана, которое представляет собой треугольник, образованный из основных спиц, соединяющих камни: коралл, нефрит и опал. Внутри украшения расположены две дополнительных спицы. Дополнительная спица, выходящая из

коралла, соединена с противоположащей спицей так, что получается прямой угол. Дополнительная спица, выходящая из нефрита, упирается в противоположащую спицу так, что делит ее поровну, и две этих дополнительных спицы равны по длине между собой. Равны также и углы между дополнительными спицами и спицей, соединяющей коралл с нефритом.

– Все основные спицы получаются разными по длине – заметил кузнец.

– Что вы! Они все одинаковые! – воскликнул ученик.

Кто прав?

## 8 КЛАСС

1. Богатыри Баяр и Жаргал прослышали о том, что на соседнюю деревню напали демоны со своими слугами. Дошли богатыри до соседей, но не успели начать бой, как один из прихвостней демонов подло и со всей силы ударил Жаргала в спину, и тот отлетел в сторону без сознания. Разозлившийся Баяр пошел на демонов и в итоге побил 10 из них и еще 22 прихвостней отправил обратно в ад. На одного демона он тратил 2 минуты, на его слугу – одну.

— Эх, прости меня, брат Баяр! — восклицал очнувшийся после боя Жаргал. — Прозевал я прихвостня демонического, не сумел тебе помочь в бою! Быстрее бы получилось, меньше сил бы потратили!

Зная, что Жаргал побил бы демона за пять минут, а его слугу – за три минуты, скажите наименьшее время, за которое богатыри смогли бы освободить деревню. Чему равно это время, если Жаргал и Баяр могут бить демона или его слугу и одновременно?

2. В бурятских шахматах – шатар – фигура «тэргэ» (телега) является аналогом шахматной ладьи, т.е. ходит по вертикали и горизонтали на любое количество клеток, и бьет фигуры противника только если между ними нет других фигур. Булат выставляет на доску для шахмат (8 на 8 клеток) фигуры тэргэ следующим образом: первую – куда захочет, а каждую следующую

ставит так, чтобы она побила нечетное число ранее выставленных тэргэ. Какое наибольшее число тэргэ он сможет так выставить?

3. Папа и Дарима на весь месяц Сагаалгана заключили уговор: если каждый день Дарима будет помогать маме по дому, то папа будет давать ей 100 рублей, а если нет, то папа будет забирать 25 рублей. Через 30 дней после заключения уговора выяснилось, что у Даримы (впервые за месяц) не осталось ни одного рубля. Сколько дней Дарима помогала маме, а сколько отлынивала?

4. В первый день Сагаалгана Амгалан пришел в гости к Гаслану. Там он съел 3 тарелки бууз, 4 пиалы саламата и 2 пиалы бухэлеэра, а после этого не смог выйти наружу из-за того, что сильно растолстел от такой еды. Но если бы он съел 2 тарелки бууз, 3 пиалы саламата и 4 пиалы бухэлеэра или 4 тарелки бууз, 2 пиалы саламата и 3 пиалы бухэлеэра, то спокойно смог бы покинуть юрту гостеприимного Гаслана. От чего больше толстеют: от бухэлеэра или от саламата?

5. В дни празднования Сагаалгана Сэсэг подарили квадратный шелковый платок с длиной каждой стороны 20 см, а Арюне – треугольный. Положив один платок на другой девушки обнаружили, что квадратный платок является вписанным в треугольный (по одной стороне каждого платка лежат на одной прямой). Площадь квадратного платка равна  $\frac{1}{2}$  площади треугольного. Помогите девушкам найти высоту треугольного платка, опущенную на общую сторону.

6. Доржо в первый день Сагаалгана собрался в гости бабушке. На улице 40-градусный мороз. Он стоит на трамвайной остановке и мёрзнет, а трамвая всё нет. Чтобы совсем не околеть, он надумал дойти до следующей остановки пешком. Бегает Доржо вчетверо медленнее трамвая и может увидеть трамвай на расстоянии 2 км. Расстояние до следующей остановки – 1 км. Имеет ли смысл Доржо идти до следующей остановки, рискуя упустить трамвай, или лучше дожждаться?

7. На Сагаалган Галсан и Саян решили устроить соревнование по стрельбе из лука по бурятским мишеням. Оказалось, что Галсан выбил столько же мишеней, сколько Саян

выбил процентов от общего числа мишеней, в которые они попали. Известно, что Саян выбил нечетное число мишеней. Во сколько мишеней попали Галсан и Саян вместе?

## 9 КЛАСС

1. В первый день Сагаалгана нужно вставать очень рано — в 4-5 часов утра. По поверьям, ранним утром, до восхода солнца, в каждый дом заходит богиня Балдан Лхамо, которая подсчитывает всех бодрствующих – они приобретут защиту буддийской богини, и им весь год будет сопутствовать удача и успех. Проспавшие же ее заход упускают свое счастье на целый год. В 2016 году во время визита Балдан Лхамо бодрствовало втрое большее число человек, чем в 2015 году. При этом число бодрствовавших в 2016 году получилось из числа бодрствовавших в 2015 году путем переноса первой цифры в конец. Назовите число бодрствовавших в 2015 году.

2. Нааадан Сур-харбан – игры трех мужей включают состязания в трех вида спорта: национальной борьбе «Бухэ барилдаан», конных скачках и стрельбе из лука по сурам – кожаным мешочкам-мишеням. В прошлом году самый меткий лучник в финале выбивал суры лишь по 10, по 9 и по 8 очков. Всего ему удалось заработать 90 очков. Сколько выстрелов мог сделать спортсмен, и какие попадания могли иметь место? Нужно перечислить все возможные варианты.

3. Национальная бурятская борьба «Бухэ барилдаан» – зрелищный и азартный вид спорта. В последние годы начали возрождаться традиции старины, когда турниры по различным видам спорта, в том числе и по национальной борьбе, проводились на призы дацанов или известных людей. Представьте, что турнир на призы некоторого дацана организован так, что каждый борец должен дважды сойтись в схватке со всеми остальными борцами. Оказалось, что 80% борцов имеют хотя бы по одной победе. Сколько встреч было проведено в турнире? (Ничьих в борьбе не бывает)

4. Друзья Баир, Андрей и Цырен встретились на Сагаалган в одном доме и решили сыграть в традиционные бурятские кости «Шагай наадан». Для того, чтобы определить, кому ходить первым, они решили дополнительно сыграть в следующую игру. Все свои кости числом 40 штук они сложили в одну кучу, из которой собираются по очереди выбирать по некоторому количеству костей – выигрывает тот, кто возьмет последнюю косточку. Если первым из кучи берет Баир, причем не более шести костей, затем Андрей – не более девяти костей, и, наконец, Цырен – не более четырех костей, и так далее – по кругу, то может ли кто-нибудь из них выиграть независимо от того, как играют остальные?

5. Школьник Дима давно мечтал принять участие в олимпиаде «Сагаалган-математика». Для осуществления своей мечты он должен прибыть в Улан-Удэ за день до олимпиады в 18:00. К этому времени на вокзал за ним должен приехать отец на автомобиле. Однако Дима успел на более раннюю электричку и оказался в Улан-Удэ в 17:05. Он не стал дожидаться отца и пошел ему на встречу. По дороге они встретились, Дима сел в автомобиль, и они приехали домой на 10 минут раньше рассчитанного времени. С какой скоростью шел Дима до встречи с отцом, если скорость автомобиля была 60 км/ч?

6. Мандала – это буддийская схема устройства мира. Мандалы рисуются (засыпаются) ламами цветным песком на ровной поверхности в честь больших праздников, а затем разрушаются. Песок раздается прихожанам дацанов, либо отдается речным божествам.

В честь наступления 2016 года по лунному календарю ламы одного из дацанов собрались построить мандалу. Для этого они собираются сначала составить схему насыпания цветного песка. Согласно их плану одна из частей мандалы представляет собой треугольник, две из трёх сторон которого равны 9 см и 15 см, и в него вписан параллелограмм. Одна из сторон параллелограмма, равная 6 см, лежит на третьей стороне треугольника, а диагонали параллелограмма параллельны двум данным сторонам треугольника.

Представьте себе схему монахов и найдите длины неизвестной стороны параллелограмма и третьей стороны треугольника.

7. У старика Байкала была дочь Ангара. Казалось ей, будто отец ее вечен, и однажды спросила она у отца:

– О, мудрый Байкал! Ты столько всего пережил! Увидел столько чудес! Разговаривал со столькими существами! Скажи мне, сколько же все-таки существ касалось твоих вод?

Отвечал ей Байкал:

– Ангара, дочь моя. Если взять число всех существ, что касалось моих вод и на себя же умножить, то получится столько, сколько звезд на небе!

Озадачилась Ангара. Стала всех расспрашивать, сколько же звезд на небе, но никто не мог дать ответ. Наконец, один старый шаман с острова Ольхон сказал:

– Возьми единицу. Напиши ее тысячу пятьсот восемьдесят раз. К ней припиши пятерку, тоже тысячу пятьсот восемьдесят раз. Столько будет звезд на ночном небе. Прибавь к получившемуся числу еще одну звезду – Солнце, вот и узнаешь, сколько звезд на небе.

Так сколько же существ касалось вод Байкала?

## 10 КЛАСС

1. Бурятские национальные шахматы называются «Шатар» и отличаются от классических шахмат рядом небольших правил, например, ладья ходит только на одну клетку и др. Один хан очень сильно любил играть в шатар, и однажды стало ему интересно, сколько может быть уникальных партий. Позвал он двух мудрецов, чтобы они вычислили ему это число, и спустя 10 дней мудрецы пришли с ответом: – О, великий хан! – начали они. – Число это настолько велико, что его надо выражать через другие большие числа. Если мы напишем  $2^{2016}$ , а потом припишем сразу за ним  $5^{2016}$ , то получится еще одно очень длинное число, и ответ на твой вопрос

будет равен количеству цифр в получившемся числе. Так сколько же партий по утверждению мудрецов может быть в «Шатар»?

2. Божинтой – родоначальник западных (светлых) небесных кузнецов, покровитель кузнечного ремесла на земле мастерит украшение на Сагаалган для своей дочери Эйлик-Мулак. По задумке, это должна быть изящная, но прочная цепочка с плоским треугольным кулоном, внутрь которого вписаны пять обработанных плоских идеально круглых камней. Кузнец уже подобрал два камня – самый маленький (радиусом 16 мм) и самый большой (радиусом 81 мм). Каждый камень касается следующего. Каким должен быть радиус третьего камня?

3. Далеко-далеко, высоко-высоко в горах на севере живет мать всех добрых тенгри-небожителей Манзан Гурмэ – самая главная богиня среди всех западных, добрых богов. У Манзан Гурмэ есть Великая книга судеб, в которой записаны все прошедшие и все грядущие события, и Великая серебряная чаша. Землю и покои Манзан Гурмэ соединяет лестница-радуга из  $n$  ступеней, покрытых радужными пластинами. На первой ступени 6 пластин, на второй – 66, на третьей – 666, ..., на последней  $\underbrace{666 \dots 6}_n$  пластин. Сколько всего пластин было использовано при строительстве лестницы?

4. У бурят есть четыре основных племени — булагаты, эхириты, хори и хонгодоры, также к современным бурятам относят потомков бывших тюркских и тунгусских племен – сойотов, хамниган, урянхайцев, и прибывших позднее из Джунгарии и Халхи племен – сонголов, сартулов и табангутов – всего десять крупных племен (были и другие – менее крупные). На празднования Сагаалгана в театр оперы и балета пришли семьи – представители всех родов. Что удивительно, количество членов каждой семьи является степенью двойки. При этом каждый род представлен одинаковым количеством гостей. Докажите, что на праздник пришло не менее шести семей с некоторым одинаковым числом членов.

5. Будем говорить, что натуральное число соответствует году, если в его десятичной записи встречаются подряд все цифры года и не соответствует — в противном случае. Например,

число 201 769 612 — не соответствует 2016-му году, а 116 520 162 — соответствует. Существует ли такое натуральное число  $n$ , что среди всех  $n$ -значных чисел (от  $10^{n-1}$  до  $10^n - 1$ ) больше соответствующих, чем несоответствующих. Если такие числа  $n$  существуют — укажите наименьшее возможное из них.

6. Традиционная тибетская медицина — тесно связанная с буддийской философией медицинская система, которая широко распространена в Тибете, Индии, Монголии, известна она и в Бурятии. Состояние здоровья человека согласно тибетской медицине зависит от баланса в его организме трех сущностей — «ветра», «желчи» и «слизи», лечение призвано восстанавливать нарушенный у больного баланс. Традиционно диагностикой и лечением занимаются эмчи-ламы, принимающие посетителей в дацанах. Они диагностируют по пульсу, состоянию языка, и другими способами нарушения и назначают лечение — лекарственными препаратами или даже с помощью ритуально-обрядовых мероприятий. К одному эмчи за полчаса до приема выстроилась очередь из 30 человек, мужчин и женщин. С каждой новой минутой каждый мужчина пропускает стоящую за ним женщину перед собой. Докажите, что к началу приема, перестановки в очереди уже закончатся, при условии, что не будет новых посетителей.

7. Согласно бурятским поверьям на небе живут 99 великих небесных божеств-тенгри: 55 западных, добрых и 44 восточных, злых. На время цикла олимпиад «Сагаалган-математика» некоторые из тенгри заключили мир и собрались все вместе на вершине горы. Светлые тенгри забыли обо всех бедах, насылаемых темными. Темные тенгри помогали готовиться к чистому и доброму празднику и не смели держать в себе дурных помыслов. Явились и разные маленькие ни темные и ни светлые божества. Всего собралось сто различных божеств. Проплывавший мимо них на облаке Хозяин Ветра окинул взглядом гору, и подметил:

— Среди вас светлых тенгри больше, чем маленьких божеств!

— Да! — согласилось пятьдесят тенгри, а остальные ответили "Нет!".

Снова молвил Хозяин Ветра:

— Среди вас маленьких божеств, чем темных тенгри!

Опять половина собравшихся закричали "Да!", а остальные – "Нет!".

Светлые тенгри оба раза сказали правду, темные тенгри – оба раза солгали, а каждое из маленьких божеств один раз солгало, а один раз сказало правду. Могло ли темных тенгри быть больше, чем светлых?

## 11 КЛАСС

1. Традиционной религией бурят по сию пору является шаманизм. Основой шаманизма является обожествление сил природы, умерших предков, вера в то, что с помощью определенных обрядовых действий можно повлиять на их поведение и – через них – на свою судьбу. Проводить такие обряды могут шаманы – медиумы между миром людей и духов. Одним из распространенных видов обрядов являются тайлаганы – семейные или коллективные, часто сезонные жертвоприношения тому или иному божеству. В качестве жертвенного животного традиционно используется баран. Представьте себе, что группа из некоторого количества шаманов проводит тайлаган. Количество баранов, приносимых в жертву таково, что у шаманов есть 2015 различных бараньих костей. Шаманы, камлая и двигаясь по кругу, берут по очереди некоторое количество костей и бросают их в костер. После того, как все шаманы сделали круг и вернулись на исходные позиции, оказывается, что каждый шаман бросил в костер либо в два раза больше, либо на 6 костей меньше, чем его сосед справа. Докажите, что в течение первого круга в костер не могли быть брошены все кости.

2. После долгих лет поисков исследователи наконец-то приблизились к нахождению координат Шамбалы – чудесной страны, упоминание которой пришло в буддистскую философию из индуизма. Согласно легендам однажды случится великая битва между воинами под предводительством Ригден Джапо — 25-го царя Шамбалы и силами зла. Эта битва будет символически

знаменовать последнюю победу мудрости над невежеством, духовности над косностью, самоотверженности над эгоизмом. После победы, которую одержит Ригден Джапо, наступит новая эпоха духовно-нравственного и культурного рассвета, которая ознаменуется явлением Пятого Будды — Майтрейи. Цари Шамбалы, правившие и правящие в соответствии с учением Будды Шакьямуни (по преданию их 32), призваны сохранять Шамбалу до момента великой битвы её сил с полчищами зла. Помогите ученым сделать важный шаг к вычислению координат — найдите максимальное значение функции  $f(x) = x^3 - 3x$ , где  $x$  удовлетворяет неравенству  $x^4 + 36 \leq 13x^2$ .

3. Давным-давно странствовал по Сибири могучий великан Гэрэлтэ, много чего он видел, много где он поработал, да так хорошо, что скопил он у себя денежку большую. Однажды услышал он про красоты острова Ольхон, добрался до него, да и решил отведать местных угощений. Имел он 7000000 серебряных монеток. На все деньги он сразу накопил омуля в бочонках по цене 7 монет за бочонок (пустой бочонок стоил в то время 1 монетку). Съев весь омуль, он сдал бочонки и на все вырученные деньги сразу купил омуля. При этом он заметил, что и стоимость омуля, и стоимость пустого бочонка выросли в два раза. Затем он снова съел весь омуль, сдал бочонки, на все вырученные деньги снова купил омуль и т. д. При этом между каждыми двумя покупками и стоимость омуля, и стоимость пустого бочонка возрастали в два раза. Сколько бочонков омуля съел Гэрэлтэ?

4. Было у жадного хана Аржа-Боржи 99 охранников. Служили ему они доблестно и честно, и хотя жалованье выдавалось золотом (килограммами и граммами), было оно ну очень скромное. Решили охранники попросить себе повышение жалованья. Пять дней и пять ночей уговаривали они хана принять решение.

– Хорошо! – В конце концов, сказал он. – Дам прибавку! Умножу ваши прибавки в несколько раз!

Обрадовались служаки, да только хитрый, жадный хан в итоге первому охраннику дал прибавку  $(1 - \frac{1}{10^2})$  килограммов

золота, второму —  $(1 - \frac{1}{10^1})(1 - \frac{1}{10^2})$  килограммов золота, третьему —  $(1 - \frac{1}{10^1})(1 - \frac{1}{10^2})(1 - \frac{1}{10^3})$  и так далее. Сколько же получил прибавки последний охранник? Ответ дайте с точностью до 0,00001.

5. Эвенки – один из древнейших народов, кочевавших по Бурятии. В настоящее время представители этого славного народа ведут более оседлый образ жизни и сосредоточены в основном на севере Бурятии. Разные роды были и есть у эвенков, самые большие – лимагиры, баликагиры, намегиры, почегоры, киндигиры, чильчагиры, някугиры. Жилищем эвенкам в древности служил чум. Изучая древние времена, археологи нашли упоминания о необычных чумах, имевших форму тетраэдра, две пары непересекающихся ребер которого были перпендикулярны. Для того, чтобы реконструировать древний чум, ученым надо ответить на вопрос: перпендикулярной ли была третья пара ребер необычного чума?

6. В одной деревне готовятся отмечать Сагаалган. За одну минуту 30 домохозяек из 5 семей лепят 40 бууз. Домохозяйки из одной семьи лепят одинаковое количество бууз. Домохозяйки из разных семей – разное. Сколько домохозяек слепило по одной буузе?

7. Зурхай – это древняя астрологическая система монголоязычных народов, впитавшая элементы буддистской философии, представляющая собой целое учение о взаимосвязи между небесными телами, природными явлениями, событиями в жизни людей. Хранят тайны этой системы монахи-ламы. Лама некоторого дацана составляет зурхай на год Огненной Обезьяны. Чтобы понять, будет год хорошим или плохим, ему нужно найти натуральное число, которое при делении на сумму своих цифр дает как в частном, так и в остатке 2016. А что скажете вы? Существует ли это число?

## «Сагаалган-математика»

5-12 марта 2017 г.

6-11 классы

6 КЛАСС

СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – <i>нэгэн</i> Три (3) – <i>гурбан</i> Девять (9) – <i>юһэн</i> Десять (10) – <i>арбан</i> Пятнадцать (15) – <i>арбан табан</i>	Двадцать четыре (24) – <i>хорин дүрбэн</i> Тридцать (30) – <i>гушан</i> Пятьдесят (50) – <i>табин</i> Шестьдесят (60) – <i>жаран</i> Шестьдесят два (62) – <i>жаран хоёр</i>
--	--

1. Манзан Гүрмэ Төөдэй обладает величайшей силой и знанием обо всех небесных духах и двумя великими шаманскими зеркалами, через которые она видит всё, что происходит на небе и на земле. Самым мистическим атрибутом Манзан Гүрмэ является её «великая серебряная чаша». Водой из этой чаши Манзан Гүрмэ благословила своих детей. Третьему сыну досталось столько же благословенной воды, сколько первым двум. Четвёртому – столько же, сколько второму и третьему. Пятому – столько же, сколько третьему и четвёртому. Шестому – столько же, сколько четвёртому и пятому. А седьмому ничего не досталось. Известно, что пятый сын получил **арбан (\_\_\_)** г благословенной воды. Сколько воды было в чаше у Манзан Гүрмэ?
2. Территория дацана (прямоугольной формы) огорожена кованым решетчатым забором, состоящим из **гушан (\_\_\_)** плит длиной **нэгэн (\_\_\_)** метр каждая, примыкающих вплотную друг к

другу. Может ли площадь территории дацана быть больше **жаран** (\_\_\_) м<sup>2</sup>?

3. Красавица Сарюна наряжалась к приходу гостей. Подаренные ей бусы состоят из **гушан** (\_\_\_) цельных серебряных колечек, каждое из которых соединено с двумя другими. Наружный диаметр колечек равен 2,2 см, а внутренний – 2 см. Сможет ли эти бусы одеть на шею Сарюна, если обхват её головы – **жаран хоёр** (\_\_\_) см?

4. Дамдин и близняшки Бато и Баир делят **табин** (\_\_\_) бууз. Дамдин раскладывает буузы на **гурбан** (\_\_\_) кучки; кому какая достанется – определяет жребий. Дамдин знает, что если близняшкам достанется разное количество бууз, то они попросят его уравнять их кучки, и тогда он заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им буузы. а) Как Дамдину разложить буузы по кучкам так, чтобы съесть ровно **гушан** (\_\_\_) бууз (ни больше, ни меньше). б) Может ли Дамдин сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 25 бууз?

5. В дацане **табин** (\_\_\_) хувараков. Для дежурства каждую ночь выбирается смена из **гурбан** (\_\_\_) хувараков. Каждый хуварак может участвовать в любой смене. Возможно ли, организовать эти смены таким образом, чтобы через некоторое время каждый побывал в смене с каждым ровно по одному разу? Ответ обоснуйте.

6. **Хорин дүрбэн** (\_\_\_) школьников встали в круг. Каждый школьник по очереди, начиная с Бато, сказал своему соседу число. Причем мальчик мальчику говорил на **нэгэн** (\_\_\_) меньше, чем услышал, а девочка девочке – на **нэгэн** (\_\_\_) больше. В остальных случаях школьники говорили то, что услышали. Сколько было девочек, если Бато сообщил число на **гурбан** (\_\_\_) меньше, чем он сказал вначале?

7. Из Улан-Удэ по дороге, проходящей затем через Иволгинск с интервалом в **арбан табан** (\_\_\_) минут на велосипедах выехали два друга Ардан и Тудуп со скоростью **арбан табан** (\_\_\_) км/ч. С каким интервалом во времени один после другого они догонят Чимита, выехавшего на велосипеде из Иволгинска одновременно с Арданом в том же направлении дороги. При том Чимит ехал со

скоростью **юһэн** (\_\_\_) км/ч, а расстояние между Улан-Удэ и Иволгинском равно **зушан** (\_\_\_) км?

8. Бато пишет на доску одно целое число, а Баир – другое. Если произведение четно, победителем объявляют Бато, если нечетно, то Баира. Может ли один из игроков играть так, чтобы непременно выиграть? Ответ обоснуйте.

## 7 КЛАСС

### СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – <i>нэгэн</i> Четыре (4) – <i>дүрбэн</i> Шесть (6) – <i>зургаан</i> Семь (7) – <i>долоон</i> Восемь (8) – <i>найман</i> Девять (9) – <i>юһэн</i> Двенадцать (12) – <i>арбан хоёр</i> Четырнадцать (14) – <i>арбан дүрбэн</i>	Двадцать (20) – <i>хорин</i> Двадцать один (21) – <i>хори нэгэн</i> Сорок (40) – <i>душен</i> Пятьдесят (50) – <i>табин</i> Девяносто девять (99) – <i>ерэ юһэн</i> Сто (100) – <i>зуун</i> Тысяча (1000) – <i>мянган</i>
---	---

1. В классе **юһэн** (\_\_\_) мальчиков занимаются борьбой, **юһэн** (\_\_\_) мальчиков не занимаются борьбой; **долоон** (\_\_\_) мальчиков, занимающихся борьбой, изучают бурятский язык; **арбан дүрбэн** (\_\_\_) учащихся изучают английский, **зургаан** (\_\_\_) мальчиков изучают английский и **долоон** (\_\_\_) девочек изучают бурятский. Сколько всего учащихся в классе, если каждый учащийся класса изучает один из языков: бурятский или английский?

2. В некотором районе республики есть райцентр и еще **зуун** (\_\_\_) сёл. Некоторые сёла (в том числе и столица) соединены дорогами с односторонним движением. Из каждого села (кроме райцентра) выходит **хорин** (\_\_\_) дорог, и в каждое село входит **хори нэгэн** (\_\_\_) дорога. Докажите, что в райцентр нельзя проехать ни из одного села.

3. Рассказывают старики, будто в давно минувшие, давно забытые времена жил один хан. Не было кругом такого злого и жадного хана, как он. Хан выделял на содержание стражников

*мянган* (\_\_\_) монет в год (все стражники получали поровну). Хан решил сократить численность стражников на *табин* (\_\_\_) %, а оставшимся повысить жалование на *табин* (\_\_\_) %. Уменьшатся ли затраты жадного хана или увеличатся? На сколько?

4. Небесное пространство согласно мифологии разбивалось на *ерэ юһэн* (\_\_\_) тэнгэринов. Тэнгэрины делились на две группы – западных ( $11x$ ) и восточных ( $2y$ ), подчиненных условию:  $11x+2y = 99$ . Каковыми могли быть натуральные коэффициенты  $x$  и  $y$ ?

5. Балдандоржо и Будацырен играют в Шатар (бурятские шахматы) на доске  $8 \times 8$ . Первый ход делает Балдандоржо – ставит на доску коня. Затем по обычным правилам они по очереди передвигают фигуру, причем коня нельзя ставить на поле, где он уже побывал. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре – Балдандоржо или Будацырен?

6. Семье из *арбан хоёр* (\_\_\_) человек нужно одновременно добраться к хуралу в дацане, находящемся в *дүшэн* (\_\_\_) км от их места жительства. В распоряжении семьи есть только *нэгэн* (\_\_\_) автомобиль (которым управляет водитель, не входящий в семью), который вмещает *дүрбэн* (\_\_\_) членов семьи и движется со скоростью *дүшэн* (\_\_\_) км/ч. Скорость движения членов семьи пешком равна *найман* (\_\_\_) км/ч. За сколько времени до начала хурала семье нужно выйти из дома, чтобы за наименьшее время добраться до дацана?

7. Булад шёл в гости к Арсалану. Он знал номер дома и номер квартиры. Подойдя к его одноподъездному дому, Булад думал, что на каждом этаже по *зургаан* (\_\_\_) квартир и решил, что квартира Арсалана на *дүрбэн* (\_\_\_) этаже. Поднявшись на этот этаж, Булад обнаружил, что нужная ему квартира действительно на этом этаже, несмотря на то, что квартир на каждом этаже оказалось по *долоон* (\_\_\_). Каким мог быть номер квартиры, в которой живет Арсалан? Укажите все возможные ответы

8. Новый 2017й год – год Красноватой Курицы. Помогите ей записать несколько раз подряд число 2017 так, чтобы получившееся число делилось на 3.

## 8 КЛАСС

### СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – <i>нэгэн</i>	Девять (9) – <i>юхэн</i>
Два (2) – <i>хоёр</i>	Сто (100) – <i>зуун</i>
Три (3) – <i>гурбан</i>	Творог (Т) – <i>ээзгэй</i>
Четыре (4) – <i>дүрбэн</i>	Сметана (С) – <i>зөөхэй</i>
Пять (5) – <i>табан</i>	Брынза (Б) – <i>айрхан</i>
Шесть (6) – <i>зургаан</i>	Арса (А) – <i>аарсан</i>
Семь (7) – <i>долоон</i>	Молоко (М) – <i>хүн</i>
Восемь (8) – <i>найман</i>	

1. У каждой из **табан** (\_\_\_) девочек: Андама, Уринтуя, Генима, Долгор и Лайжит, по одной карточке. Каждая из них написала на своей карточке одно число: 1 или -1, и спрятала её. Разрешается выбрать любых трех девочек и спросить, чему равно произведение загаданных ими чисел. Как за **гурбан** (\_\_\_) вопроса узнать число, задуманное Андамой?

2. Имеется **хоёр** (\_\_\_) кучки костей для игры в «Шагай наадан» (народная игра в «кости»). Два мальчика – Мэргэн и Батор забирают поочередно кости. Разрешается взять либо одну косточку из любой кучки, либо по одной из обеих кучек. Проигравшим считается тот, кто не сможет сделать ход. Первым делает ход Мэргэн. Кто из мальчиков сможет победить при правильно выбранной стратегии? Опишите выигрышную стратегию.

3. В одном улусе жили **дүрбэн** (\_\_\_) друга: Ардан, Бата, Далай и Лодой. Каждый из них помог другому в беде. Причем число тех, кому помогли Ардан, Бата и Далай – разное. Скольким друзьям помог Лодой?

4. Батор отправился из своего улуса в дацан пешком. В 12:00, когда Батор был в  $x$  км от улуса, его догнал Мэргэн на коне и подвез на некоторое расстояние, высадив в  $x$  км от дацана. После этого Батор пришел в дацан в 14:00. Сколько времени

потребуется Батору на обратный путь пешком, если на коне он добрался бы в **хоёр** (\_\_\_) раза быстрее, чем пешком.

5. Можно ли в маленькой юрте радиуса **хоёр** (\_\_\_) разместить **найман** (\_\_\_) квадратных столов со стороной **нэгэн** (\_\_\_) (столы нельзя ставить друг на друга. Высота стола – не значительная, они гарантированно помещаются в юрту)?

6. Мама любознательного Номто готовит праздничный стол к Сагаалгану. На стол из **юхэн** (\_\_\_) видов белой пищи она уже выставила **табан** (\_\_\_). Номто заметил, что **ээзгэй** (\_\_\_), **зөөхэй** (\_\_\_) и **айрхан** (\_\_\_) образуют треугольник. **Аарсан** (\_\_\_) стоит на середине стороны **ээзгэй-айрхан** (\_\_\_), а **хүн** (\_\_\_) – на стороне **айрхан-зөөхэй** (\_\_\_), образуя прямой угол **ээзгэй-хүн-зөөхэй** (\_\_\_). Причем расстояние от **ээзгэй** (\_\_\_) до **хүн** (\_\_\_) равно расстоянию от **зөөхэй** (\_\_\_) до **аарсан** (\_\_\_). Помогите любознательному Номто найти угол **аарсан-зөөхэй-айрхан** (\_\_\_).

7. Однажды тщеславный Аржа Боржи Хан решил усесться на золотой трон небесной девы Ухин. Путь к трону состоит из **зуун** (\_\_\_) ступенек вверх, на каждой из которых стоит по **хоёр** (\_\_\_) стражника из серебра. Двигаться вверх к трону хан может только прыжками, причем строго чередуя прыжок вверх и прыжок вниз. Прыжки могут быть лишь трёх типов: на **зургаан** (\_\_\_) ступенек (через пять на шестую), на **долоон** (\_\_\_) и на **найман** (\_\_\_). Дважды на одну и ту же ступеньку хан не становится, иначе стражники вытолкнут его обратно к подножию. Сможет ли Аржа Боржи Хан добраться до трона с самого низа, от подножия лестницы?

8. Новый 2017й год – год Красноватой Курицы. Помогите ей найти сумму цифр в десятичной записи числа  $20^{17}$ .

## 9 КЛАСС

### СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – нэгэн Два (2) – хоёр Три (3) – гурбан Семь (7) – долоон	Тринадцать (13) – арбан гурбан Двести (200) – хоёр зуун Учитель – багша Ученик – хурагша
---	---

1. Известно, что за  $N = (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)$  дней до наступления Сагаалгана в дацанах проводится особый молебен, посвящённый десяти божествам-защитникам учения Дхармы. Чему равно  $N$ ?
2. В канун Сагаалгана Огненный петух пытается доказать, что  $Ax^2+Bx+C=0$  имеет два корня, если известно, что  $A(A+B+C)<0$ . Помогите ему.
3. Родители в светлый праздник Сагаалган обещали подарить Будамшу новый смартфон, если он найдет расстояние от вершины  $A$  остроугольного треугольника  $ABC$  до точки пересечения высот этого треугольника, зная, что расстояние от центра описанной вокруг  $ABC$  окружности до стороны  $BC$  равно **нэгэн** (\_\_\_).
4. Перед Баиром и Дугаром стоят две позницы – в одной **хоёр зуун** (\_\_\_) бууз, а в другой **арбан гурбан** (\_\_\_) бууз. Друзья по очереди берут буузы из позниц и съедают, за один раз можно взять любое ненулевое число бууз из одной из позниц. Пропускать ход нельзя. Выигрывает тот, после хода которого бууз не останется. Первым ходит Баир. Кто из друзей выиграет при правильной игре?
5. Сокто загадал **гурбан** (\_\_\_) положительных числа  $a, b, c$  так, что выполняется условие  $a+b^2+c^2=b+a^2+c^2=c+a^2+b^2$ . Сокто уверяет, что все **гурбан** (\_\_\_) числа могут быть только равными. Так ли это? Обоснуйте ответ.
6. Астролог дацана в своих вычислениях использует магию чисел. Он назвал магическим каждое представление числа в виде

суммы нескольких (не менее *хоёр* (\_\_\_)) подряд идущих (по возрастанию) целых чисел. Например,  $5 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 2 + 3$  – магические представления числа 5. Сколько существует различных магических представлений числа 63000?

7. *Багша* (\_\_\_\_\_) даёт определение взаимно простых чисел: натуральные числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей больше *нэгэн* (\_\_\_). Найдите все пары взаимно простых натуральных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих равенству  $(a + b)^2 = a^3 + b$ .

8. *Багша* (\_\_\_\_\_) нарисовал на плоскости чёрный квадрат. *хурагша* (\_\_\_\_\_) должен расположить *долоон* (\_\_\_) квадратных плиток того же размера на плоскости так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть чёрного квадрата. Сможет ли *хурагша* (\_\_\_\_\_) выполнить задание?

## 10 КЛАСС

### СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – <i>нэгэн</i>	Конь – <i>морин</i>
Два (2) – <i>хоёр</i>	Повозка, телега – <i>тэргэ</i>
Три (3) – <i>гурбан</i>	Верблюд – <i>тэмээн</i>
Семь (7) – <i>долоон</i>	Учитель – <i>багша</i>
	Ученик – <i>хурагша</i>

1. На Сурхарбанах и Алтаргане шахматисты соревнуются только в шатар. Шатар – это традиционные бурятские шахматы, отличающиеся от классических шахмат рядом правил. Приведем бурятские названия фигур и их изображения: король – *ноён* (мужчина, сидящий на троне), ферзь – *бэрсэ* (мифическое животное вроде большой собаки), конь – *морин*, ладья – *тэргэ*, слон – *тэмээн*, пешка – *хүбүүн* (детёныш ферзя, т.е. щенок). Заметим, что *тэргэ* ходит как ладья в классических шахматах – по горизонтали и вертикали на произвольное количество клеток.

Мудрец выставляет на шахматную доску по очереди *тэргэ* так, что вторая *тэргэ* бьёт ровно *нэгэн* ( ) выставленную *тэргэ*, третья – *хоёр* ( ) выставленные *тэргэ*, четвёртая – ни одной *тэргэ*, пятая – *нэгэн* ( ), шестая – *хоёр* ( ), и т.д. (каждые *гурбан* ( ) следующие выставляемые по очереди *тэргэ* бьют соответственно 0, *нэгэн* ( ) и *хоёр* ( ) выставленные *тэргэ*). Какое наибольшее количество *тэргэ* мудрец сможет поставить на доску по этим правилам?

2. В школьном спортзале выстроились  $n$  школьников с номерами от *нэгэн* ( ) до  $n$  в порядке *нэгэн* ( ), *хоёр* ( ), ...,  $n$ . По команде каждый может либо один раз с кем-нибудь поменяться местами, либо остаться на месте. Можно ли в результате двух команд получить расположение  $n$ , *нэгэн* ( ), *хоёр* ( ), ...,  $n - 1$ ?

3. Астролог дацана в своих вычислениях использует магию чисел. Он назвал магическим каждое представление числа в виде суммы нескольких (не менее *хоёр* ( )) подряд идущих (по возрастанию) целых чисел. Например,  $5 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 2 + 3$  – магические представления числа 5. Сколько существует различных магических представлений числа 63000?

4. *Багша* ( ) даёт определение взаимно простых чисел: натуральные числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей больше *нэгэн* ( ). Найдите все пары взаимно простых натуральных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих равенству  $(a + b)^2 = a^3 + b$ .

5. *Багша* ( ) нарисовал на плоскости чёрный квадрат. *хурагша* ( ) должен расположить *долоон* ( ) квадратных плиток того же размера на плоскости так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть чёрного квадрата. Сможет ли *хурагша* ( ) выполнить задание?

6. Загон для овец Будамшуу представляет собой угол  $ABC$ . Внутри угла выбрана точка  $M$ , через которую должны пройти ворота (представляющие собой прямую), закрывающие овец в загоне. Как к точке  $M$  поставить ворота так, чтобы получился треугольный загон наименьшей площади? (Ворота должны пересекать стороны угла)

7. Владения Белого Старца Сагаан Үбгэн представляют собой трапецию  $ABCD$ . Дом Белого Старца (внутри владений) стоит на пересечении диагоналей (в т.  $O$ ). Если описать вокруг треугольных территорий  $AOB$  и  $COD$  окружности, то они пересекутся в точке  $M$  на основании  $AD$ . Докажите, что треугольник  $BMC$  равнобедренный.

8. Внутри круглой юрты с центром в т.  $O$  по полу растянуты **хоёр** (—) веревки  $AB$  и  $CD$  так, что они пересекаются в т.  $L$ , в которой затем будет установлен очаг (не обязательно центр юрты). Если вокруг получившихся треугольников  $ALD$  и  $BLC$  описать окружности, то их центрами будут точки  $O_1$  и  $O_2$  установки стола и места для отдыха хозяина соответственно. Докажите, что  $OO_1 = LO_2$ .

## 11 КЛАСС

### СЛОВАРЬ – ТОЛИ

Один (1) – <i>нэгэн</i> Два (2) – <i>хоёр</i> Пять (5) – <i>табан</i> Семь (7) – <i>долоон</i>	Учитель – <i>багша</i> Ученик – <i>хурагша</i>
---	---

1. Сэсэг и Дарима играют в игру: по очереди в клетках неограниченного листа бумаги ставят крестики (Сэсэг) и нолики (Дарима). Может ли Дарима помешать Сэсэг заполнить крестиками какой-либо квадрат  $2 \times 2$ ?

2. Куб пересекается с плоскостью, которая проходит через одну из его диагоналей. Как следует провести эту плоскость, чтобы площадь образованного сечения была наименьшей? Найти площадь этого минимального сечения, если ребро куба равняется  $a$ .

3. Астролог дацана в своих вычислениях использует магию чисел. Он назвал магическим каждое представление числа в виде суммы нескольких (не менее **хоёр** (—)) подряд идущих (по

возрастанию) целых чисел. Например,  $5 = -1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 2 + 3$  – магические представления числа **табан** (\_\_\_). Сколько существует различных магических представлений числа 63000?

4. **Багша** (\_\_\_\_\_) даёт определение взаимно простых чисел: натуральные числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей больше **нэгэн** (\_\_\_). Найдите все пары взаимно простых натуральных чисел  $a$  и  $b$ , удовлетворяющих равенству  $(a + b)^2 = a^3 + b$ .

5. **Багша** (\_\_\_\_\_) нарисовал на плоскости чёрный квадрат. **хурагша** (\_\_\_\_\_) должен расположить **долоон** (\_\_\_) квадратных плиток того же размера на плоскости так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть чёрного квадрата. Сможет ли **хурагша** (\_\_\_\_\_) выполнить задание?

6. Загон для овец Будамшуу представляет собой угол  $ABC$ . Внутри угла выбрана точка  $M$ , через которую должны пройти ворота (представляющие собой прямую), закрывающие овец в загоне. Как к точке  $M$  поставить ворота так, чтобы получился треугольный загон наименьшей площади? (Ворота должны пересекать стороны угла)

7. Владения Белого Старца Сагаан Үбгэн представляют собой трапецию  $ABCD$ . Дом Белого Старца (внутри владений) стоит на пересечении диагоналей (в т.  $O$ ). Если описать вокруг треугольных территорий  $AOB$  и  $COD$  окружности, то они пересекутся в точке  $M$  на основании  $AD$ . Докажите, что треугольник  $BMC$  равнобедренный.

8. Внутри круглой юрты с центром в т.  $O$  по полу растянуты **хоёр** (\_\_\_) веревки  $AB$  и  $CD$  так, что они пересекаются в т.  $L$ , в которой затем будет установлен очаг (не обязательно центр юрты). Если вокруг получившихся треугольников  $ALD$  и  $BLC$  описать окружности, то их центрами будут точки  $O_1$  и  $O_2$  установки стола и места для отдыха хозяина соответственно. Докажите, что  $OO_1 = LO_2$ .



